

编印《数学试验班科研活动论文集》的通知

为了及时展示数学试验班学生在知识学习的同时,积极开展科研训练、组织各类讨论班、参加学科竞赛等活动的突出表现和所取得的成绩,学院拟编印一本《数学试验班科研活动论文集》,主要收集刊登在科研训练、小课题研究、各类讨论班、参与学科竞赛等活动中所形成的小论文、综述报告、感想评论、竞赛论文、获奖介绍等各类形式的成果。

有相关成果的学生可按“**论文集来稿要求及样例**”编辑整理自己的文章,将文章(LATEX 文档或 WORD 文稿)一并邮件到赵老师处(lxysj@mail.xjtu.edu.cn),学院将安排老师进行审阅,通过后予以录用。

文章一经录用刊出,此成果将作为评选珠峰奖、选拔出国交流、推荐免试研究生及推荐出国深造等工作的重要依据。

数学与统计学院

2013.11.21

附：来稿要求

1. 来稿篇幅以不超过 6000 字(或 4 个印刷页)为宜,文稿需依次包括:中文题名、作者姓名、作者单位、邮政编码、**中文摘要**、**关键词**、正文文本、**参考文献**.并在文章首页脚处注明交稿日期、作者信息(第一作者姓名、性别、出生年月,联系电话,电子邮箱).

(注:其中**中文摘要**、**关键词**、**参考文献**三项可以没有)

2. 中文摘要应在 200 字左右,概括阐述正文的研究对象、方法、结果和结论.摘要力求具有独立性和自明性.关键词摘取 3—5 个,必须是题名、标题或正文中能反映论文主题概念的词条或词组.

3. 来稿须为打印件,并寄电子文本.外文字母必须文种、大小写、体类明确,图表应精选.插图不应超过 5 幅,须符合制图规范.表格采用三线表形式.图表必须清晰明了,文字符号须与正文一致.图表均应标明序号与题名.插图与附表各自为序.

4. 参考文献的著录请按最新国家标准执行.只选作者直接引用或间接参考的已公开发表的最主要的文献列入,并按其在正文中被引先后顺序.如专著、期刊、电子文献的著录格式(含标点符号)分别为:

[编号]作者(姓前名后,3 人以下全录,3 人以上只列 3 人,后加“等”字).书名[M].

出版地: 出版者, 出版年: 章节或页码.

[编号]作者. 题目[J]. 期刊名(外文可缩写), 年份, 卷号(期号): 起止页码.

[编号]主要责任者. 电子文献题名[电子文献及载体类型标识 EB/OL]. 电子文献的出版地, 出版者, 出版年或可获得地址, 发表或更新日期/引用日期(任选). 获取和访问路径.

样例:

判定方程实根唯一性的四种方法

赵凤珍
(大连理工大学 数学科学学院, 辽宁 大连 116024)

摘 要 讨论方程实根的唯一性问题, 通过实例介绍四种判定方程有唯一实根的方法.

关键词 中值定理; 零点; 儒歇(Rouché) 定理

中图分类号 O172 **文献标识码** A **文章编号** 1008-1399(2013)04-0107-02

高等数学或复变函数教材中, 经常会有判定方程有唯一实根的一些习题, 而在通常情况下, 这些方程的实根是无法求出的^[1-4]. 本文拟通过实例介绍四种判定方程有唯一实根的常用方法.

方法 1 应用零点定理和罗尔中值定理确定方程有唯一实根.

这种方法中, 首先应用零点定理判定方程在某个区间内有实根, 然后再运用罗尔中值定理确定根的唯一性.

例 1^[1] 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上可微, 且 $f(x) \neq 1$, $0 < f(x) < 1$ ($0 \leq x \leq 1$).

证明方程

$$f(x) - x = 0 \quad (1)$$

在 0 与 1 之间只有一个实根.

证明 令函数

$$F(x) = f(x) - x,$$

则有 $F(0)F(1) < 0$, 又因 $F(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上连

例 2^[2] 证明方程

$$x^3 + 3x - 1 = 0 \quad (2)$$

在 0 与 1 之间只有一个实根.

证明 令函数

$$G(x) = x^3 + 3x - 1,$$

则有 $G(0)G(1) < 0$, 且 $G(x)$ 在 $[0, 1]$ 区间上连续且可导. 由零点定理, 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使 $G(\xi) = 0$, 因此方程 (2) 在 0 与 1 之间至少有一个实根. 又由于

$$G'(x) = 3x^2 + 3 > 0 \quad (0 \leq x \leq 1),$$

所以 $G(x)$ 严格单调增. 从而方程 (2) 在 0 与 1 之间只有一个实根.

例 3 证明方程

$$x = 1 + 2 \ln x, \quad (3)$$

在 $(2, +\infty)$ 内有唯一实根.

证明 令函数

$$g(x) = x - 1 - 2 \ln x \quad (x \geq 2),$$

则有

$|H(x)| > 0 \quad (|x| > \frac{\pi}{2}),$

所以方程 $\sin x = x$ 在 $|x| > \frac{\pi}{2}$ 时没有实根, 而

$$H'(x) \leq 0 \quad (-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}),$$

且 $H'(x)$ 的零点只有一个, 于是 $H(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上严格单调增, 故方程 $\sin x = x$ 只有一个实根.

例 6^[3] 证明方程

$$\ln x = \frac{x}{e}$$

只有一个实根.

证明 令函数

$$P(x) = \ln x - \frac{x}{e},$$

则有

$w(x) = e^{x-1} - x \quad (-1 \leq x \leq 1),$

则函数 $w(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上连续且 $w(-1)w(1) < 0$. 由零点定理可知, $w(x)$ 在 $(-1, 1)$ 内有一个零点. 因此方程 $ex - \lambda = z$ ($\lambda > 1$) 在单位圆 $|z| < 1$ 内有一个根, 且为实根.

参考文献

[1] 上海大学数学系. 高等数学: 上册[M]. 北京: 高等教育出版社, 2011: 129.

[2] 同济大学数学教研室. 高等数学: 上册[M]. 4 版. 北京: 高等教育出版社, 1996: 223; 183.

[3] 同济大学数学教研室. 高等数学: 上册[M]. 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2002: 151.

[4] 卢玉峰, 刘西民. 复变函数[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007: 149.